12 Deformácia tuhých telies. Teplotná rozťažnosť látok.

1. Budeme predpokladať, že vo všetkých príkladoch napätie pôsobiace na tuhé teleso neprekročí medzu úmernosti, t. j., že bude platiť Hookov zákon. Ak na teleso pôsobí normálové napätie (obyčajne berieme $\sigma = F/S$), potom bude pomerné predĺženie tuhého telesa ε ($\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$, kde l_0 je dĺžka bez priloženého napätia a l je dĺžka po priložení napätia) rovné

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma ,$$

kde E je Yungov modul pružnosti v ťahu.

2. Pomer pomerného priečneho skrátenia η ku pomernému predĺženiu sa volá Poissonovo číslo $$\mu = \eta / \varepsilon .$$

3. Na deformáciu tuhého telesa je potrebné vykonať prácu a preto deformované tuhé teleso má potenciálnu energiu, ktorej hustota v prípade jednoosovej deformácie je

$$w = \frac{E\,\varepsilon^2}{2} .$$

4. Ak budeme pôsobiť na tuhé teleso všestranným tlakom, potom zmenu jeho objemu môžeme vyjadriť vzťahom

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{K},$$

kde $K = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}$ je modul všestranného tlaku. Jeho obrátená hodnota je rovná izotermickej stlačiteľnosti $\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$.

4. Hustota deformačnej energie v prípade všestranného tlaku je rovná

$$w = \frac{p^2}{2K} .$$

5. V prípade jednoosovej deformácie tlakom, pri ktorej nie je možná zmena priečnych rozmerov tuhého telesa, je relatívne stlačenie tuhého telesa rovné

$$\varepsilon = \frac{1 - \mu - 2\mu^2}{E(1 - \mu)}\, p .$$

6. Ak na tuhé teleso pôsobí šmykové napätie τ, potom bude skosenie γ priamo úmerné τ

$$\gamma = \tau / G ,$$

kde G je modul pružnosti v šmyku, ktorý sa dá vyjadriť pomocou modulu pružnosti v ťahu a Poissonovho čísla vzťahom

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} .$$

7. Ak na jeden koniec tyče s kruhovým prierezom pôsobí krútiaci moment M a druhý koniec je nepohyblivý, potom skrútenie ϑ sa dá vyjadriť vzťahom

$$\vartheta = \frac{2lM}{\pi r^4 G}\ .$$

8. Mierou bezpečnosti k sa volá pomer dovoleného napätia a medze pevnosti

$$k = \frac{\sigma_{dov}}{\sigma_p}\ .$$

9. Pri zvýšení teploty dĺžka tuhých látok rastie v prvom priblížení lineárne s teplotou, takže môžeme napísať

$$l_t = l_0\left(1 + \alpha_l t\right),$$

kde l_t je dĺžka tuhého telesa pri teplote t, l_0 – jeho dĺžka pri teplote 0°C a α_l je koeficient dĺžkovej rozťažnosti $\alpha_l = \frac{1}{l}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}T}$.

10. Pri zvýšení teploty látok rastie objem (až na niektoré výnimky, napr. voda v rozmedzí 0°C – 4°C) v prvom priblížení lineárne s teplotou

$$V = V_0\left(1 + a_V \Delta t\right),$$

kde V je objem pri teplote t, V_0 je objem pri počiatočnej teplote t_0, Δt – rozdiel teplôt $\Delta t = t - t_0$ a α_V je koeficient objemovej rozťažnosti $a_V = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}$.

Pre homogénne a izotropné tuhé látky môžeme brať $\alpha_V = 3\alpha_l$, t. j. koeficient objemovej rozťažnosti tuhých telies je rovný trojnásobku koeficientu dĺžkovej rozťažnosti.

Riešené príklady

12.1. Na koniec oceľového drôtu, ktorý je jedným koncom upevnený k stropu, bolo pripevnené závažie hmotnosti 100 kg. Vypočítajte zmenu objemu drôtu a energiu pružnej deformácie, ak viete, že dĺžka drôtu bola 10 m, jeho priemer 2 mm! Oceľ drôtu mala Yungov modul rovný $1{,}96\cdot10^{11}$ Pa a Poissonovo číslo rovné 0,3.

Úvaha:

Zadané veličiny	Hľadané veličiny
$l_0 = 10$ m	$\Delta V = ?$
$r_0 = 1.10^{-3}$ m	$E_d = ?$
$E = 1{,}96\cdot10^{11}\,\mathrm{kg.m^{-1}.s^{-2}}$	
$\mu = 0{,}3$	
$m = 100$ kg	

Pri zaťažení drôtu dôjde k jeho predĺženiu a zároveň k zmenšeniu jeho priemeru. Zmenu objemu vypočítame ako rozdiel konečného a počiatočného objemu. Pôvodný objem bol $V_0 = \pi r_0^2 l_0$ a konečný objem je

$$V = \pi r^2 l\ , \qquad (1)$$

kde $l = l_0\left(1+\varepsilon\right)$ a $r = r_0\left(1-\mu\varepsilon\right)$. 2)

Z Hookovho zákona je

$$\varepsilon = \frac{F}{SE}\ . \qquad (3)$$

Dosadením za r a l z rovníc (2) do rovnice (1) dostaneme

$$V = \pi r_0^2 l_0\left(1+\varepsilon\right)\left(1-\mu\varepsilon\right)^2 = V_0\left(1+\varepsilon\right)\left(1-\mu\varepsilon\right)^2\ .$$

Odtiaľto

$$\Delta V = V - V_0 = V_0\left[\left(1+\varepsilon\right)\left(1-\mu\varepsilon\right)^2 - 1\right]\ . \qquad (4)$$

Veličiny ε a με sú malé voči 1 a preto ich vyššie mocniny môžeme zanedbať. Hustota energie pružnej deformácie je daná vzťahom

$$w = \frac{E\,\varepsilon^2}{2} \ . \qquad (5)$$

Celkovú energiu dostaneme, ak hustotu energie vynásobíme objemom drôtu. Pretože ΔV je malé, môžeme v tomto prípade za hodnotu objemu vziať hodnotu počiatočného objemu.

Riešenie:

Rovnicu (4) upravíme pričom vyššie rády ε zanedbáme

$$\Delta V = V_0\left(1 + \varepsilon - 2\mu\varepsilon - 2\mu\varepsilon^2 + (\mu\varepsilon)^2 + \mu^2\varepsilon^3 - 1\right)$$

$$\Delta V = V_0\varepsilon(1-2\mu) = \pi r_0^2 l_0 \varepsilon(1-2\mu)$$

$$\Delta V = \pi r_0^2 l_0 \frac{mg}{\pi r_0^2 E}(1-2\mu)$$

$$\Delta V = \frac{mgl_0}{E}(1-2\mu) = \frac{100\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\mathrm{m.s^{-2}}\cdot 10\mathrm{m}(1-0{,}6)}{1{,}96\cdot 10^{11}\mathrm{kg.m^{-1}.s^{-2}}} = 20\ \mathrm{mm^3}$$

Pre energiu pružnej deformácie dostaneme

$$E_d = wV_0 = \frac{\pi r_0^2 l_0 E}{2}\left(\frac{mg}{\pi r_0^2 E}\right)^2 = \frac{m^2 g^2 l_0}{2\pi r_0^2 E} =$$

$$= \frac{(100\mathrm{kg})^2\cdot(9{,}81\mathrm{m.s^{-2}})^2\cdot 10\mathrm{m}}{2\cdot 3{,}14\cdot(2\cdot 10^{-3}\mathrm{m})^2\cdot 1{,}96\cdot 10^{11}\mathrm{kg.m^{-1}.s^{-2}}} = 1{,}95\ \mathrm{J}\ .$$

12.2. Ocelový stĺp vysoký desať metrov o priemere 0,5 m stojí vo zvislej polohe. Vypočítajte o koľko sa stĺp skráti v dôsledku vlastnej tiaže. Hustota ocele je $7{,}85\cdot 10^3$ kg.m^{-3} a modul pružnosti je $2{,}0\cdot 10^{11}$ Pa .

Úvaha:

Zadané veličiny	Hľadané veličiny
$l = 10$ m	$\Delta l = ?$
$r = 0{,}25$ m	
$\rho = 7{,}85\cdot 10^3$ kg.m^{-3}	
$E = 2{,}0\cdot 10^{11}$ kg.m^{-1}.s^{-2}	

Je zrejmé, že v tomto prípade na rozdiel od príkladu 12.1. nemôžeme počítať s rovnorodou deformáciou, pretože na horný koniec stĺpa nepôsobí žiadna tiažová sila a na dolný koniec pôsobí celá tiaž stĺpu. Preto bude stlačenie stĺpu na hornom konci nulové a na dolnom maximálne. Aby sme mohli vypočítať celkovú zmenu dĺžky stĺpu, zvolíme si os x vo smere osi stĺpu s počiatkom na jeho hornom konci. Zvolíme si teraz vo vzdialenosti x tenkú vrstvu o hrúbke dx. Stlačenie hrúbky dx bude nekonečne malým príspevkom k celkovému stlačeniu Δl, preto ho označíme d(Δl).

Podľa Hookovho zákona

$$\mathrm{d}(\Delta l) = \frac{F\mathrm{d}x}{ES} = \frac{\rho g S x \mathrm{d}x}{ES}\ . \qquad (1)$$

Riešenie:

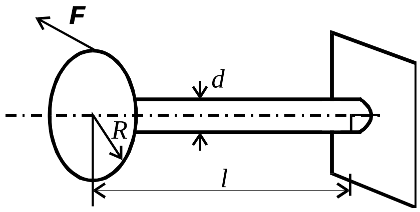
Celkové stlačenie Δl dostaneme integrovaním rovnice (1)

$$\Delta l = \int_0^{l_0} \frac{\rho g x}{E} dx = \frac{\rho g l^2}{2E} .$$

.

Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$\Delta l = \frac{7{,}85 \cdot 10^3 \text{kg.m}^{-3} \cdot 9{,}81 \text{m.s}^{-2} \cdot (10\text{m})^2}{2 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-11} \text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}} = 1{,}83 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 18{,}3 \,\mu\text{m} .$$



Obr.57

12.3. Železná valcová tyč dĺžky 50 cm a priemeru 0,5 cm je na jednom konci upevnená. Na druhom konci má pripevnené koleso s polomerom 20 cm. Akou tangenciálnou silou treba pôsobiť na obvode kolesa, aby sa prierez tyče v mieste kolesa stočil vzhľadom na upevnený koniec tyče o uhol 15°? Pozri obr.57.

Úvaha:

Zadané hodnoty	Hľadané hodnoty
$l = 0{,}5$ m	$F = ?$
$d = 0{,}005$ m	
$R = 0{,}2$ m	
$\varphi = 15°$	
$G = 7{,}16 \cdot 10^{10}$ Pa	

Budeme predpokladať, že pri krútení tyče nebude prekročená medza úmernosti, t.j. uhol pootočenia bude priamoúmerný pôsobiacemu šmykovému napätiu. Vzťah medzi momentom sily M a pootočením φ jednej základne voči druhej je nasledovný

$$\varphi = \frac{2l}{\pi r^4 G} M , \qquad (1)$$

Moment sily v prípade tangenciálnej sily F je

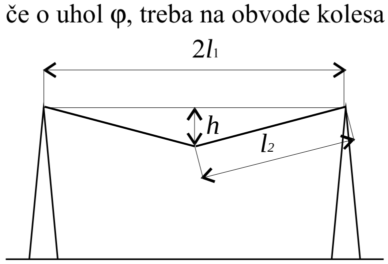
$$M = F\,R \qquad (2)$$

Riešenie:

Dosadením M z rovnice (2) do rovnice (1) a úpravou dostaneme

$$F = \frac{\pi G d^4 \varphi}{2 R l 2^4} = \frac{3{,}14 \cdot 7{,}16 \cdot 10^{10} \text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2} \cdot (5 \cdot 10^{-3} \text{m})^4 \cdot 0{,}262}{2 \cdot 0{,}2\text{m} \cdot 0{,}5\text{m} \cdot 16} = 11{,}5 \text{ N} .$$

Aby sa prierez tyče v mieste kolesa stočil vzhľadom na upevnený koniec tyče o uhol φ, treba na obvode kolesa pôsobiť tangenciálnou silou 11,5 N.



Obr.58

12.4. Hliníkové drôty vysokonapäťového vedenia sú napnuté na stožiaroch, ktoré majú odstup 60 m. Aký veľký musí byť previs drôtov pri 20°C, keď pri –25°C majú byť drôty vodorovné a keď previs kvôli zjednodušeniu výpočtu považujeme za trojuholníkový? Pozri obr.58.

Úvaha:

Zadané veličiny	Hľadané veličiny
$2l_1 = 60$ m	$h = ?$
$\alpha_l = 23\cdot10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$	
$t_1 = -25°C$	
$t_2 = 20°C$	

Pri výpočte budeme vychádzať zo vzťahu pre dĺžkovú rozťažnosť

$$l_t = l_0\left[1+\alpha_l\left(t-t_0\right)\right], \qquad (1)$$

kde l_t je dĺžka drôtu pri teplote t, l_0 je dĺžka drôtu pri teplote t_0 a (podľa normy 0°C) α_l je koeficient dĺžkovej rozťažnosti. Z obrázku 58 je zrejmé, že previs h môžeme vypočítať pomocou Pytagorovej vety a teda

$$h^2 = l_2^2 - l_1^2, \qquad (2)$$

kde l_1 je polovičná vzdialenosť medzi stožiarmi, rovná polovičnej dĺžke hliníkového drôtu pri teplote –25°C a l_2 je polovičná dĺžka hliníkového drôtu medzi dvomi stožiarmi pri teplote 20°C.

Riešenie:

Vyjadríme si dĺžky l_1 a l_2 pomocou rovnice (1)

$$l_1 = l_0\left(1+\alpha_l t_1\right) \text{ a } l_2 = l_0\left(1+\alpha_l t_2\right) ,$$

odkiaľ

$$l_2 = l_1\frac{\left(1+\alpha t_1\right)}{\left(1+\alpha t_2\right)} .$$

Dosadíme zadané hodnoty a dostaneme

$$l_2 = 30\mathrm{m}\cdot\frac{1+23\cdot10^{-6}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot20\mathrm{K}}{1+23\cdot10^{-6}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\left(-25\mathrm{K}\right)} = 30{,}031\mathrm{m}$$

Potom dĺžka previsu h bude

$$h = \sqrt{l_2^2 - l_1^2} = \sqrt{\left(30{,}031\mathrm{m}\right)^2 - \left(30\mathrm{m}\right)^2} = 1{,}34\mathrm{m} .$$

12.5. Koleso rušňa má pri teplote 0°C polomer $r_0 = 1$ m. Aký je rozdiel v počte otočení kolesa na dráhe l = 100 km v lete pri teplote t_1 = 25°C a v zime pri teplote t_2= -25°C, keď súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti materiálu kolesa $\alpha_l = 12\cdot10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$?

Úvaha:

Zadané veličiny	Hľadané veličiny
$t_0 = 0°C$	$\Delta n = ?$
$r_0 = 1$ m	
$l = 10^5$ m	
$t_1 = -25°C$	
$t_2 = 25°C$	
$\alpha_l = 12\cdot10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$	

V dôsledku dĺžkovej rozťažnosti bude obvod kolesa v zime pri t_1 = -25°C menší ako v lete t_2 = 25°C. Závislosť polomeru kolesa od teploty je daný vzťahom

$$r_t = r_0\left(1+\alpha_l\Delta t\right), \qquad (1)$$

kde r_t je polomer kolesa pri teplote t a r_0 je polomer pri teplote 0°C. α_l je koeficient dĺžkovej rozťažnosti. Pre obvody kolesa pri teplotách t_1 a t_2 budú platiť vzťahy

$$O_1 = 2\pi r_1 \quad \text{a} \quad O_2 = 2\pi r_2 . \qquad (2)$$

Počet otáčok kolesa n na dráhe l je

$$n = \frac{l}{O} . \qquad (3)$$

Riešenie:

Rozdiel v počte otočení $n_1 - n_2$ pri použití vzorcov (3) a (2) bude

$$\Delta n = n_1 - n_2 = \frac{l}{O_1} - \frac{l}{O_2} = \frac{l}{2\pi r_1} - \frac{l}{2\pi r_2} \ .$$

Vyjadríme si teraz pomocou rovnice (1) polomery r_1 a r_2

$$\Delta n = \frac{l}{2\pi r_0}\left(\frac{1}{1+\alpha\Delta t_1} - \frac{1}{1+\alpha\Delta t_2}\right). \qquad (4)$$

Zo zadania sú teplotné rozdiely Δt_1 a Δt_2 rovné čo do hodnoty ale opačného znamienka, Δt_1 je záporný rozdiel teplôt, Δt_2 kladný. Označme si hodnotu teplotného rozdielu Δt a upravíme rovnicu (4)

$$\Delta n = \frac{l}{2\pi r_0}\left(\frac{1}{1-\alpha\Delta t} - \frac{1}{1+\alpha\Delta t}\right).$$

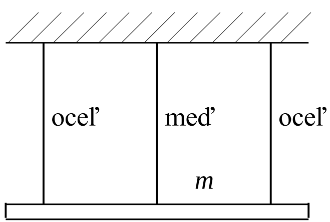
Pretože $\alpha\Delta t$ je malá veličina môžeme podľa nej rozložiť každý zlomok do radu a vyššie mocniny zanedbať.

Potom $$\Delta n = \frac{1}{2\pi r_0}\left[1 + 2\alpha\Delta t - (1 - 2\alpha\Delta t)\right] = \frac{l \cdot 2\alpha\Delta t}{2\pi r_0} \ .$$

PO dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$\Delta n = \frac{10^5\,\mathrm{m} \cdot 2 \cdot 12 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot 25\,\mathrm{K}}{2 \cdot 3{,}14\,\mathrm{m}} = 9{,}6$$

Neriešené príklady



Obr.59

12.6. Pomocou žeriavu bolo potrebné preniesť hriadeľ hmotnosti 10 t. K dispozícií boli ale len dve oceľové laná, každé s nosnosťou 4 t. Preto pridali tretie lano medené. Všetky laná mali rovnaký prierez. Oceľové laná boli upevnené na koncoch hriadeľa, medené v strede. Pozri obr.59. Vypočítajte akou silou boli namáhané jednotlivé laná pri prenášaní? [$3{,}74 \cdot 10^4$ N ; $2{,}32 \cdot 10^4$ N ; $3{,}74 \cdot 10^4$ N]

12.7.* O koľko by sa účinkom vlastnej tiaže predĺžilo oceľové lano dĺžky 9000 m, spustené do mora do takej hĺbky, aby lano voľne viselo a bolo celé ponorené do vody, ak hustota morskej vody $\rho_1 = 1{,}03 \cdot 10^3$ kg.m^{-3}, hustota lana $\rho_2 = 7{,}7 \cdot 10^3$ kg.m^{-3} a modul pružnosti v ťahu ocele $E = 21{,}6 \cdot 10^{10}$ Pa? [12,28 m]

12.8.* Do hlbinného vrtu je spustené závažie hmotnosti 50 kg na oceľovom lane dĺžky 2,5 km. Aký musí byť priemer lana, aby bol dodržaný koeficient bezpečnosti 3 proti pretrhnutiu, ak medza pevnosti v ťahu je 600 Mpa? Aký je rozdiel medzi dĺžkou zaťaženého lana a dĺžkou lana v nezaťaženom stave, ak má priemer 10 mm?
[8,4 mm, 1,2 m]

12.9. Vypočítajte hodnotu Poissonovho čísla látky, ktorej objem sa pri deformácií ťahom nemení. [0,5]

12.10. Valcová tyč pôvodnej dĺžky l_0 je na jednom konci upevnená a na druhom konci namáhaná v smere dĺžky silou F. Ako sa zmenil objem tyče pri deformácii, keď modul pružnosti v ťahu tyče je E? [$\Delta V = l_0 F(\mu-2)/\mu E$]

12.11. Drôt pôvodnej dĺžky $l_0 = 10$ m je na jednom konci upevnený a na druhom konci sa napína v smere dĺžky silou $F = 200$ N, čím sa predĺži o $\Delta l = 4$ mm. Nájdite pôvodný priemer drôtu ako aj zmenu priemeru pri predĺžení, ak modul pružnosti v ťahu drôtu $E = 2 \cdot 10^{11}$ Pa a jeho modul pružnosti v šmyku $G = 7{,}35 \cdot 10^{10}$ Pa!

[0,18 cm; $0{,}2 \cdot 10^{-4}$ cm]

12.12. Ako sa zmení objem železnej tyče tvaru hranola pôvodných rozmerov $a_0 = 1$m, $b_0 = c_0 = 10$ cm, keď je tyč v smere rozmeru a_0 namáhaná ťahom $\sigma = 9{,}81 \cdot 10^7$ N.m^{-2}? Modul pružnosti železa, z ktorého je tyč zhotovená je $E = 19{,}62 \cdot 10^{10}$ N.m^{-2} a modul pružnosti v šmyku $G = 7{,}35 \cdot 10^{10}$ N.m^{-2}. [1,65 cm^3]

12.13. Akú dĺžku mal železný drôt, ktorý sa vplyvom vlastnej tiaže roztrhol , keď objemová hmotnosť železa je $7{,}8 \cdot 10^3$ kg.m^{-3} a medza pevnosti železa $7{,}2 \cdot 10^8$ Pa?

[$l > 9400$ m]

12.14.* Dokážte, že hrúbku steny guľovitej nádrže je možné urobiť dva razy tenšou ako stenu valcovitej nádrže, ak majú rovnaký priemer a sú vyrobené z rovnakého materiálu a nachádzajú sa pod rovnakým tlakom!

12.15. Z plnej gumenej hadice bol vyrobený prak. Polomer hadice bol $3 \cdot 10^{-3}$ m a jej dĺžka bola 0,42 m. Ak natiahneme gumu praku o 0,2 m a vystrelíme kameň hmotnosti 0,02kg, jeho počiatočná rýchlosť bude 20 m.s^{-1}. Vypočítajte Youngov modul pružnosti gumy za predpokladu, že zmenu prierezu gumy neuvažujeme. [2,94 MPa]

12.16.* Na skokanskom mostíku je vodorovne upevnená za jeden koniec drevená doska široká 40 cm a voľne vyčnievajúca z upevnenia dĺžkou 2,5 m. Aký bude priehyb dosky, ak sa na jej koniec postaví osoba hmotnosti 80 kg? Aký uhol sklonu bude mať koniec dosky? (Vlastnú tiaž dosky neuvažujte, modul pružnosti v ťahu dreva je $1{,}2 \cdot 10^{10}$ Pa). [16 cm, 0,1 rad]

12.17. K oceľovému drôtu o priemere 1 mm a dlhému 0,5 m je pripevnené závažie hmotnosti 1 kg. Vypočítajte maximálnu frekvenciu, ktorou môžeme drôt so závažím rovnomerne otáčať vo zvislej rovine, aby sa drôt neroztrhol. [5,3 s^{-1}]

12.18. Stroj je spojený s motorom oceľovým hriadeľom dĺžky 80 cm o priemere 25 mm. Aký je uhol skrútenia hriadeľa, ak sa pri rýchlosti otáčania 2000 ot/min prenáša mechanický výkon 500 kW? [0,06 rad]

12.19. Brzdový hydraulický rozvod je realizovaný trubičkami s vonkajším priemerom 6 mm, hrúbkou steny 0,3 mm a medzou pevnosti v ťahu 600 MPa. Aký tlak brzdovej kvapaliny trubička vydrží? [67 MPa]

12.20. Stanovte relatívnu zmenu objemu železného telieska a vody, ak sú vystavené v tlakovej komore pôsobeniu všestranného tlaku 5 MPa. Porovnajte objemovú stlačiteľnosť oboch látok. [pre železo $3{,}3 \cdot 10^{-5}$, pre vodu $2{,}5 \cdot 10^{-3}$]

12.21. Vypočítajte potenciálnu energiu drôtu dlhého $5 \cdot 10^{-2}$ m s priemerom $4 \cdot 10^{-4}$ m ,ktorý je skrútený o uhol 10′. Modul pružnosti v šmyku materiálu drôtu je $5{,}9 \cdot 10^{10}$ Pa. [$1{,}25 \cdot 10^{-8}$ J)

12.22. Aký musí byť polomer medeného drôtu, aby sa účinkom sily 500 N, ktorá naň pôsobí v smere dĺžky, nepretrhol, keď medza pevnosti medi je $2 \cdot 10^8$ N.m^{-2} ?

[0,89 mm]
12.23. Vypočítajte deformačnú energiu hliníkovej tyčky so štvorcovým prierezom, ktorá bola vtlačená do otvoru rovnakého prierezu, ale o 0,1% kratšieho. (Priečne rozmery tyčky sa nemôžu meniť). [4846 J]
12.24. Hliníková kocka s hranou 10^{-2} m bola deformovaná všestranným tlakom. Aká veľká bola sila, ktorá pôsobila na každú stranu kocky, ak sa jej objem zmenšil o 1%. [60 kN]
12.25. V trubici hydraulického rozvodu o vnútornom priemere 20 mm sú dva piesty vzdialené od seba 50 cm a priestor medzi nimi je vyplnený kvapalinou so súčiniteľom objemovej stlačiteľnosti $5 \cdot 10^{-10}$ Pa^{-1}. Ako sa zmení vzdialenosť piestov, ak ich zaťaží prenášaná sila 15 kN? (Mechanickú rozťažnosť trubice neuvažujte). [1,2 cm]
12.26. Na železnú tyč tvaru kvádra pôvodných rozmerov a_0 = 50 cm, b_0 = 10 cm, c_0 = 5 cm pôsobí rovnomerný všestranný normálový tlak $9{,}81 \cdot 10^5$ Pa. Ako sa zmenší objem kvádra po deformácii, keď modul pružnosti v ťahu tyče je $19{,}62 \cdot 10^{10}$ Pa? [-12,7 mm^3]
12.27. Keď banku teplomera ohrejeme zápalkou, v prvom okamihu klesne stĺpec ortuti, skôr než začne stúpať. Prečo?
12.28. Vzdialenosť dvoch bodov, odmeraná oceľovým meradlom pri teplote 30°C, bola 186 m. Aká je skutočná hodnota tejto dĺžky, keď meradlo je správne pri teplote 18°C? [186,024 m]
12.29. Aký dlhý je oceľový drôt s prierezom 4 mm^2, ktorý sa po prijatí tepla 1,25 kJ predĺži o 0,1%. [962 mm]
12.30. Homogénna železná tyč hmotnosti 3 kg má pri teplote 8°C dĺžku 1 m. Vypočítajte, ako sa zmení moment zotrvačnosti tejto tyče vzhľadom na os kolmú na smer tyče a prechádzajúcej jej koncovým bodom, keď sa zohreje na teplotu 100°C!
[$\Delta J = 24 \cdot 10^{-4}$ kg.m^2]
12.31. Dve tyče jedna železná a druhá medená sú položené na seba tak, že jedným koncom sa opierajú o stenu. Vypočítajte dĺžku železnej tyče, ak viete, že medená tyč bola pri teplote 0°C dlhá 24 cm a rozdiel tyčí bol pri ľubovoľnej teplote konštantný. [0,18m]
12.32. Pravouhlá nádrž dlhá 5,2 m a široká 4,1 m je naplnená do výšky 3,9 m vykurovacím olejom s hustotou 880 kg.m^{-3} a teplotou 12°C. Aby olej ľahko tiekol, zohrejeme ho na 70°C (α_V= 0,00096 K^{-1}). O koľko pritom stúpne hladina oleja a ako sa zmení objemová hmotnosť oleja? [o 22 cm; 833 kg.m^{-3}]
12.33. Sklený pyknometer objemu 15 cm^3 je pri teplote 0°C naplnený ortuťou. Keď teplotu okolia zvýšime na 100°C, z pyknometra vytečie 234 mm^3 ortuti. Vypočítajte, aký je koeficient objemovej rozťažnosti ortuti! [$18{,}6 \cdot 10^{-5} K^{-1}$]
12.34. Oceľovú tyč s prierezom 2 cm^2 zohrejeme z teploty 0°C na teplotu 50°C a potom ju prudko ochladíme na pôvodnú teplotu. Vypočítajte, akou najmenšou silou pôsobiacou v smere osi treba pôsobiť na tyč, aby sa pri ochladení neskrátila! Predpokladáme, že modul pružnosti sa s teplotou nemení. [25200 N]
12.35. Priamy úsek koľajníc bol zváraný pri teplote 20°C. Aká tlaková sila vznikne v priereze koľajnice o ploche 80 cm^2, keď sa v lete koľajnice zohrejú na teplotu 50°C (nemajú možnosť sa predĺžiť). [576 kN]
12.36. Dva oceľové valce, ktoré majú rovnakú dĺžku 0.5 m a prierezy S_1=2S_2= 20 cm^2 pri teplote 20°C, sú postavené na seba. Dolný valec je širší a je uchytený v základe.

Horný koniec tenšieho valca je o 0,3 mm nižšie ako nosník. Vypočítajte silu, s ktorou budú valce pôsobiť na nosník, ak sa ich teplota zvýši o 50°C. [21,8 kN]

12.37.* Betónový nosník s oceľovou výstužou má plochu priečneho prierezu betónu 500 cm^2 a ocele 10 cm^2. Pri teplote 18°C bolo napnutím oceľovej výstuže vytvorené v betóne mechanické predpätie 5 MPa. Aký je rozdiel predpätia betónu v teplotnom intervale -20°C až 40°C, ak uvažujeme modul pružnosti v ťahu pre oceľ 200 GPa a pre betón 40 GPa a súčinitele teplotnej dĺžkovej rozťažnosti ocele $11 \cdot 10^{-6}$ K^{-1} a betónu $12 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}? [0,22 MPa, rastie s teplotou]