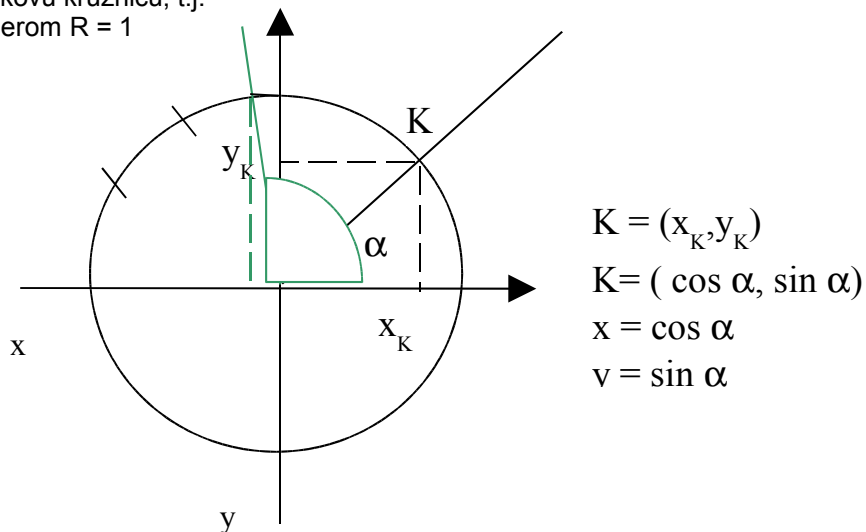


Študijná pomôcka:

Zostrojme jednotkovú kružnicu, t.j. kružnicu s polomerom $R = 1$



Pomocou jednotkovej kružnice je veľmi jednoduché odhadnúť približnú hodnotu goniometrickej funkcie ktoréhokoľvek uhla bez použitia tabuliek, či kalkulačky. Stačí si do jednotkovej kružnice načrtnúť približne veľkosť uhla a uvedomiť si, že polomer kružnice je jedna.

Napr: Nech veľkosť uhla, ktorého sínus, či kosínusu hľadáme je 105° . Načrtneme si koncové rameno uvedeného uhla a pomocou súradníc bodu, ktorý vznikne prienikom kružnice s ramenom uhla, určíme hľadané hodnoty. Teda platí

$x = -0,2$, t.j. $\cos 105^\circ = -0,2$ a $y = 0,9$ teda $\sin 105^\circ = 0,9$.

Ak odhadnuté údaje porovnáme s tabulkovými hodnotami $\cos 105^\circ = -0,258$ a $\sin 105^\circ = 0,96$, zistíme že je odhad je slušný a porovnateľný.



Klasická dynamika

Dynamika je časť fyziky, ktorá sa zaoberá skúmaním príčin pohybu telies. Základným pojmom v dynamike je sila.

Sila je definovaná ako vzájomné pôsobenie minimálne dvoch hmotných objektov. Sila je vektorová veličina, značíme ju \vec{F} a jednotkou je Newton – N

1 N je sila, ktorá telesu hmotnosti 1 kg udelí zrýchlenie $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Východiskom klasickej dynamiky možno nazvať tri Newtonove pohybové zákony.

1. Newtonov pohybový zákon – tzv. Zákon zotrvačnosti:

Hmotný objekt zotrvaáva v rovnomernom priamočiarom pohybe, alebo v relatívnom pokoji dovtedy, pokiaľ nie je nútený pôsobením vonkajších síl svoj pohybový stav zmeniť.

Prvý Newtonov zákon platí bez obmedzenia len v inerciálnej sústave.

(Inerciálnou sústavou nazývame sústavu, ktorá koná rovnomerný pohyb vzhľadom na vzťažnú sústavu) Na zabezpečenie jeho platnosti v celom vesmíre, treba zaviesť tzv. fiktívnu silu. (Viac informácií v TFI)

2. Newtonov pohybový zákon – tzv. Zákon sily

Zrýchlenie telesa je priamo úmerné pôsobiacej sile, ktorá je príčinou zrýchlenia.

Matematické vyjadrenie druhého Newtonovho zákona je

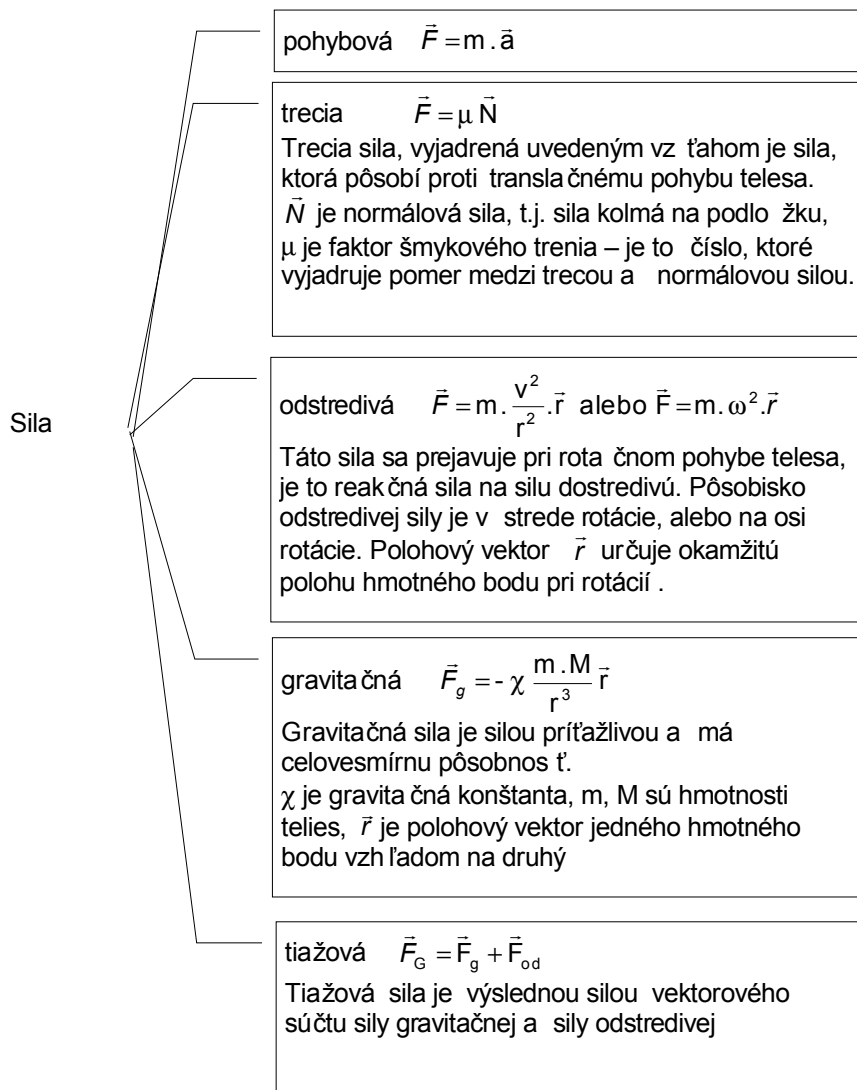
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{alebo} \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

kde m je konštantná hmotnosť telesa

3. Newtonov pohybový zákon – tzv. Zákon akcie a reakcie

Každá akcia sily, tzv akčná sila - \vec{F}_A , vyvolá reakčnú silu rovnakého smeru, rovnakej veľkosti, ale opačnej orientácie, tzv. silu reakčnú - \vec{F}_R .

Prehľad najčastejšie používaných síl v dynamike



Časový účinok sily sa nazýva impulz sily. Je to vektorová veličina. Dostanem ju úpravou matematickej formulácie druhého Newtonovho pohybového zákona

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F} dt = m d\vec{p}$$

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

Δ je znak pre vyjadrenie zmeny hybnosti v časovom intervale, \vec{I} je vektor impulzu sily a \vec{p} je vektor hybnosti telesa.

Dráhový účinok sily sa nazýva mechanická práca

(ďalej len práca - A). Práca je skalárna veličina, ktorej jednotkou je Joule. Práca 1 Joule sa vykoná, ak sila 1 N pôsobí na teleso po dráhe 1m a teleso sa posunie v smere pôsobiacej sily.

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F \cdot \cos \varphi \cdot dr$$

Uhol φ je uhol medzi vektorom sily \vec{F} a vektorom posunutia $d\vec{r}$.

Mierou schopnosti telesa konať prácu je energia.

Energetické stavy telies v mechanike možno charakterizovať pomocou kinetickej energie, potenciálnej energie a pomocou energie pružnosti.

Kinetická energia hmotného objektu sa rovná práci, ktorú musia vonkajšie sily vykonať, aby hmotný objekt zmenil rýchlosť.

E_k je znak pohybovej - kinetickej energie telesa. Možno ju priradiť každému telesu, ktoré sa pohybuje.

$$A = E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

Potenciálne energia tiažová sa rovná práci, ktorú musia vonkajšie sily vykonať, aby sa zmenila poloha hmotného objektu, vzhľadom na zvolenú nulovú potenciálovú hladinu.

Potenciálnu polohovú energiu tiažovú značíme E_p alebo U.

Energia pružnosti je určitý druh potenciálnej energie, kde jej dominantnú vlastnosť určuje špeciálna sila, tzv. sila pružnosti.

$$E_p = A = - \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Pre mechanickú energiu platí zákon zachovania mechanickej energie.

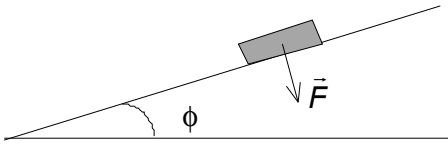
V izolovanej silovej sústave je súčet kinetickej a potenciálnej energie hmotného objektu konštantný.

$$E_c = E_k + E_p$$

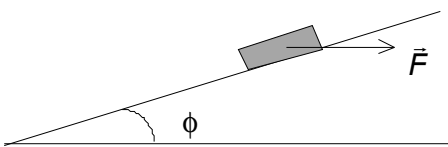


Príklady na samostatnú prácu:

1.) Na teleso hmotnosti m pohybujúce sa po naklonenej rovine pôsobí v hmotnom strede telesa sila \vec{F} kolmo na podložku. Uhol, ktorý zvierá naklonená rovina s horizontálnou rovinou je ϕ (pozri obrázok). Akou veľkou silou pôsobí naklonená rovina na teleso ?



2.) Na teleso hmotnosti m pohybujúce sa po naklonenej rovine pôsobí v hmotnom strede sila \vec{F} v horizontálnom smere. Uhol, ktorý zvierá naklonená rovina s horizontálnou rovinou je ϕ (pozri obrázok). Akou veľkou silou pôsobí naklonená rovina na teleso ?



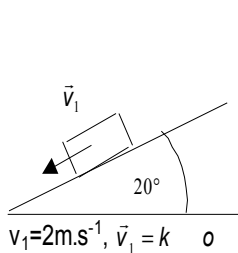
3.) Na podlahe je po priamej dráhe lanom vlečená debna hmotnosti 8 kg. Lano zvierá s podlahou uhol $\alpha = 20^\circ$ a pôsobí na debnu silou o veľkosti 60N. Koeficient trenia medzi debnou a podlahou je 0,2.

- Akou silou pôsobí podlaha na debnu?
- Ako sa debna pohybuje?

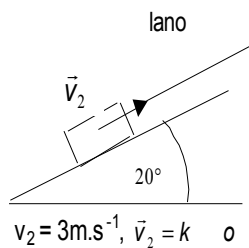
4.) Naklonená rovina zvierá s vodorovnou rovinou uhol 20° . Na nej je debna hmotnosti m .

Tá istá debna sa nachádza v troch rôznych situáciách, ktoré sú znázornené na obrázkoch A,B,C.

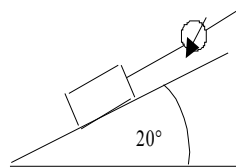
- V prípadoch A,B zakreslite všetky sily, ktoré pôsobia na debnu
- V prípade C je lano opatrené silomerom. Na silomere je údaj 10N. Určte zrýchlenie a rýchlosť debny. Úloha má dve riešenia



A

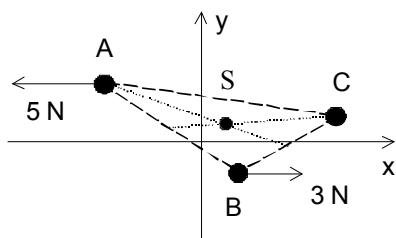


B

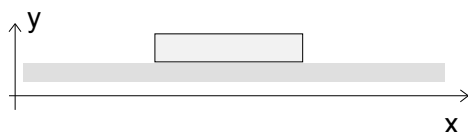


C

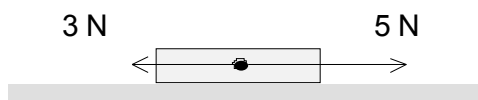
5.) Na obrázku sú znázornené v pohľade zhora tri častice (hmotné body) A, B, C, na ktoré pôsobia vonkajšie sily. Všetky sily ležia v rovine papiera. Veľkosť a smer síl pôsobiacich na dve častice je daný na obrázku. Aká je veľkosť a smer sily, ktorá pôsobí na tretiu časticu, ak hmotný stred sústavy týchto troch častíc zostáva nehybný.



6.) Dokreslite do nasledovného obrázku tri sily pôsobiace v ťažisku kvádra tak, aby sa pod účinkom týchto troch síl mohol kváder pohybovať rovnomerným pohybom v smere osi x. Napíšte k nakresleným silám aj ich veľkosti! Predpokladajte, že podložka je dokonale hladká.



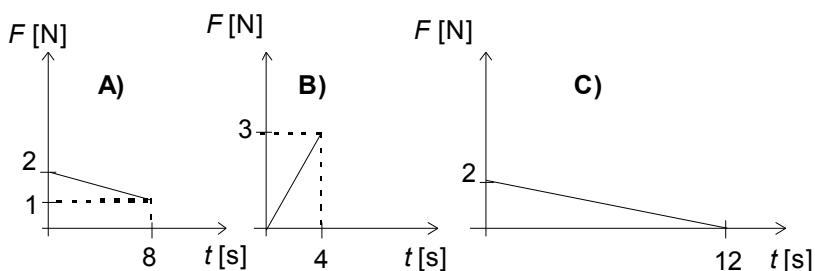
7.) Na kváder umiestnený na vodorovnej podložke (predpokladajme, že podložka je dokonale hladká) pôsobia v ťažisku v horizontálnom smere dve opačne orientované sily (pozri obrázok).



Predpokladajme, že na kváder pôsobí v ťažisku ešte jedna horizontálna sila. Akú má táto sila veľkosť a ako je orientovaná, ak sa:

- kváder nehýbe,
- kváder pohybuje doľava konštantnou rýchlosťou $v = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$?

8.) Na obrázku sú znázornené tri závislosti (A,B,C) veľkosti sily od času, ktorá pôsobila na časticu pohybujúcu sa pozdĺž priamky. Usporiadajte tieto závislosti podľa veľkosti impulzu, ktorý by získala častica v priebehu vyznačeného časového intervalu. Prvá v poradí nech je závislosť predstavujúca najväčší impulz.



9.) Na objekt, ktorý bol pôvodne v pokoji pôsobila sila, ktorej impulz mal veľkosť 21 N.s. Ktoré ďalšie informácie treba vedieť, aby bolo možné určiť o koľko sa zmenila hybnosť objektu. Vyberte jednu z nasledovných možností:

- netreba žiadne ďalšie informácie,
- veľkosť pôsobiacej sily a rýchlosť objektu,
- veľkosť hmotnosti objektu,

- d) veľkosť rýchlosti objektu a veľkosť pôsobiacej sily,
 e) časový interval pôsobenia sily.

10.) Koľkonásobne sa zmení kinetická energia telesa, ak sa jeho hmotnosť zmenší na polovicu a zároveň sa rýchlosť zvýši na štvornásobok ?

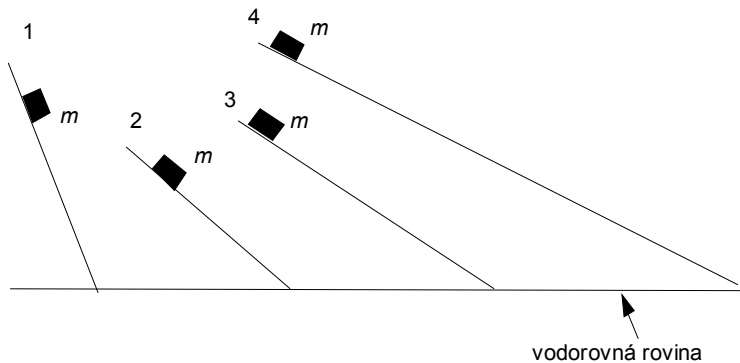
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

11.) Štyri častice (a, b, c, d) s rovnakou hmotnosťou sa pohybujú s nasledovnými rýchlosťami:

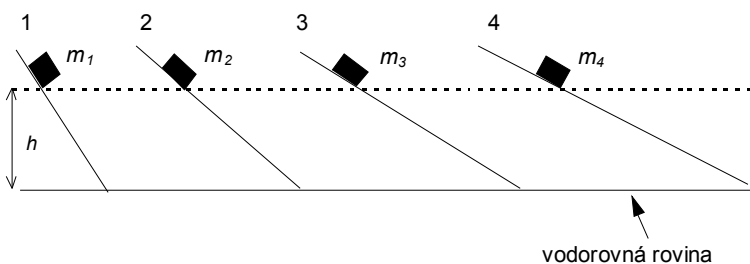
- a) $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ b) $\vec{v} = 6\vec{i} - 2\vec{k}$ c) $\vec{v} = -9\vec{k}$
 d) $\vec{v} = -\vec{i} + 6\vec{k}$

Usporiadajte častice podľa veľkosti ich kinetickej energie.

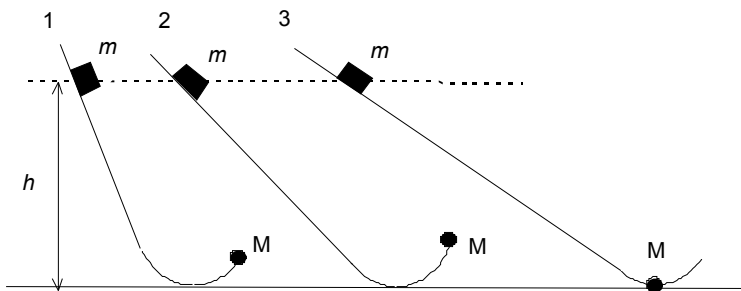
12.) Na obrázku sú znázornené 4 naklonené roviny zvierajúce rôzny uhol s vodorovnou rovinou. Usporiadajte naklonené roviny podľa veľkosti rýchlosti, s ktorou kvádre uvoľnené v rôznych výškach dopadnú na vodorovnú rovinu. Pohyb kvádrov hmotnosti m sa začal z pokoja. Telesá sa pohybujú po naklonenej rovine bez trenia.



13.) Na nasledovnom obrázku sú znázornené 4 naklonené roviny zvierajúce rôzny uhol s vodorovnou rovinou. Na naklonených rovinách sa nachádzajú vo výške h kvádre rôznej hmotnosti, pričom platí $m_3 > m_1 > m_4 > m_2$. Kvádre sa začali v istom okamihu pohybovať. Usporiadajte naklonené roviny podľa veľkosti rýchlosti, s ktorou kvádre dopadnú na vodorovnú rovinu. Pohyb telies sa začal z pokoja. Trenie pri pohybe zanedbajte.



14.) Na obrázku sú znázornené 3 dráhy zvierajúce rôzny uhol s vodorovnou rovinou. Na jednotlivých dráhach sa nachádzajú vo výške h nad vyznačenou vodorovnou rovinou kvádre s hmotnosťou m . Telesá sa začali v istom okamihu pohybovať. Usporiadajte dráhy podľa veľkosti rýchlosti, s ktorou telesá prechádzajú miestom M. Pohyb telies sa začal z pokoja. Trenie pri pohybe zanedbajte.



15.) Ako sa zmení veľkosť gravitačnej sily medzi dvomi objektami o hmotnostiach m a M , ktoré sa nachádzajú vo vzdialenosti r , ak sa ich hmotnosti aj vzdialenosť zmenšia na polovicu? $F_g = \chi \frac{mM}{r^2}$

- zväčší sa o polovicu
- zmenší sa o polovicu
- zväčší sa na dvojnásobok
- zväčší sa na osemnásobok
- nezmení sa

16.) Futbalová lopta vykopnutá brankárom sa pohybuje po parabolickej dráhe. Z nasledovných tvrdení vyberte tie, ktoré sú správne.

- kinetická energia lopty je nulová v najvyššom bode trajektórie,
- potenciálna energia je najväčšia v okamžiku výkopu,
- kinetická energia je najväčšia v najvyššom bode trajektórie,
- potenciálna energia je nulová v najvyššom bode trajektórie,
- súčet kinetickej a potenciálnej energie je v každom bode trajektórie rovnaký,
- žiadne z predchádzajúcich tvrdení nie je správne.